

DE WITT'S WAERDYE VAN LYFRENTEN, IN MODERN NEDERLANDSCH OVER- GEBRACHT EN TOEGELICHT

DOOR

J. P. VAN ROOIJEN.

Het is een opmerkelijk en verheugend feit, dat de memorie van onzen grooten raadpensionaris Johan de Witt over de waarde van lijfrenten ¹⁾ sinds geruimen tijd de aandacht gespannen houdt. Een groot aantal publicaties zijn naar aanleiding van dit geschrift verschenen; in enkele daarvan wordt zijn actuariëele beteekenis critisch gezien, terwijl andere meer historisch georiënteerd zijn.

De stoot tot dit uitgebreide onderzoek werd gegeven door den Zweedschen hoogleeraar Eneström, die in een studie, welke in de verhandelingen van de academie van wetenschappen te Stockholm verscheen ²⁾, zijn groote waardeering voor den arbeid van Johan de Witt uitsprak, doch daarbij tevens op een paar essentiëele fouten in diens Waerdye wees. Een korte samenvatting van deze studie in de Fransche taal werd naderhand opgenomen in het *Archief voor de Verzekerings-Wetenschap* ³⁾.

De critiek van Eneström veroorzaakte een polemiek tusschen de heeren Van Dorsten en Kist ⁴⁾; de eerste was en bleef van meening, dat de memorie van De Witt geen enkele tegenstrijdigheid bevat, doch veeleer als een meesterstuk van klare logica moet worden geroemd, terwijl Kist daarentegen de opvatting van Eneström deelde en tevens nog andere bezwaren naar voren bracht. Uit een breed opgezet slotartikel van Schuh bleek, dat deze zich in hoofdzaak aan den kant van Eneström en Kist plaatste ⁵⁾.

¹⁾ *Waerdye van Lyfrenten Naer proportie van Losrenten*. Anno 1671.

²⁾ G. Eneström: *Om lifräntebärningsmetoderna under sextonhundraalet*. *Öfversigt af (svenska) Kongl. Vetenskaps-Akademiens förhandlingar*; jrg. 53, No. 1 (1896), p. 41—49. Voorts: *Ett bidrag till mortalitetstabellernas historia före Halley*; No. 2 (1896), p. 157—172.

³⁾ Dezelfde: *Sur la méthode de Johan de Witt (1671) pour le calcul de rentes viagères*. Deel III (1898), p. 62—68.

⁴⁾ R. H. van Dorsten: *Réfutation d'une critique adressée à Jean de Witt*. *Archief voor de Verzekerings-Wetenschap*. Deel X (1909), p. 85—111.

J. Kist: *De waardeering van lijfrenten door Jan de Witt*. *Idem*, p. 337—344.

R. H. van Dorsten: *Nog eens de „Waerdye van lyf-renten naer proportie van los-renten” van Johan de Witt*. *Id. deel XI* (1910), p. 29—36.

J. Kist: *De waardeering van lijfrenten door Jan de Witt*. *Id.*, p. 201—208.

⁵⁾ Fred. Schuh: *De „Waerdye van Lijf-renten” van Johan de Witt*. *Archief, deel XIII* (1913), p. 41—68.

In Engeland was de belangstelling voor den arbeid van De Witt reeds eerder ontwaakt door de historische onderzoekingen van Frederick Hendriks, die in een tweetal artikelen, opgenomen in het *Assurance Magazine* ¹⁾, tal van bijzonderheden omtrent de Waerdye mededeelde en tevens een volledige Engelsche vertaling van dit geschrift met toelichtende noten bewerkte. Op grond van deze studie sprak hij als zijn meening uit, dat niet aan Halley, doch aan Johan de Witt de eer van de prioriteit in zake de berekening van lijfrenten toekomt.

Verzet tegen deze opvatting rees, voor zoover wij konden nagaan, alleen van den kant van Orchard, die aan de Waerdye van De Witt geen enkel wetenschappelijk belang wilde toekennen ²⁾. We mogen intusschen met voldoening constateeren, dat de Engelschen op gezag van Hendriks onzen raadpensionaris als den grondvester van de verzekeringswetenschap zijn blijven beschouwen.

Op enkele historische onjuistheden in de artikelen van Hendriks is een en andermaal de aandacht gevestigd door M. van Haften ³⁾, zoodat wij ze thans stilzwijgend zullen voorbij gaan. Slechts willen wij in dit verband eraan herinneren, dat de Waerdye als agenda-stuk opgenomen is in de *Resolutiën* van de Heeren Staten van Holland en West-Friesland ⁴⁾, terwijl tevens door De Witt een afzonderlijke uitgave werd bezorgd, die niet alleen van een ander zetsel als dat der *Resolutiën* is afgedrukt, doch eveneens enkele tekst-

¹⁾ F. Hendriks: *Contributions to the History of Insurance, and of the Theory of Life Contingencies, with a Restoration of the Grand Pensionary De Witt's Treatise on Life Annuities*. Vol. II (1852), p. 222—258; vol. III (1853), p. 93—120. De *Assurance Magazine* werd na enkele jaren herdoopt in *Journal of the Institute of Actuaries*.

²⁾ W. Orchard: *On De Witt's Hypothesis as to the Rate of Mortality*. *Assurance Magazine*; vol. II (1852), p. 393—395.

³⁾ *Is De Witt's „Waerdye” zoek geweest?* Het Verzekeerings-Archief, jrg. I (1920), p. 41—46. Voorts: *Johan de Witt en de Levensverzekering*. De Levensverzekering, jrg. II. (1925), p. 171—185. Vergelijk ook: *Het Wiskundig Genootschap* (Groningen 1923), p. 121—128.

⁴⁾ Aanvankelijk waren ons twee uitgaven van de *Resolutiën* van 1671 bekend; de eene behoort aan de Koninklijke Bibliotheek te 's Gravenhage en de andere is het eigendom van de Amsterdamsche Universiteitsbibliotheek. In 1931 is er nog een derde exemplaar aan toegevoegd, hetwelk de Koninklijke Bibliotheek van Prinses George van Griekenland ten geschenke heeft verkregen. Het merkwaardige is nu, dat deze drie exemplaren alle verschillend zijn; in den text stemmen zij nagenoeg overeen, maar ten aanzien van de spelling wijken zij essentieel van elkaar af. Het geschenk-exemplaar van de Koninklijke en dat van de A'damsche Univ. Bibl. vertoonen nog de meeste gelijkenis, en men krijgt den indruk, dat deze uitgaven, hoewel niet van één zetsel gedrukt, nochtans beide uit 1671 stammen. De spelling en indeeling van het andere exemplaar van de Koninklijke, hetwelk in tegenstelling met het vorige tweetal doorlopend gepagineerd is, is veel moderner, en daaruit moet men wel afleiden, dat geruimen tijd na 1671 nog een herdruk is verschenen; waarschijnlijk ter wille van nieuwbenoemde Statenleden. Wij merken nog op, dat het zetsel van de afzonderlijke Waerdye met geen van de drie genoemde uitgaven der *Resolutiën* overeenstemt.

wijzigingen vertoont. De *Feestgave van het Wiskundig Genootschap* (1879) bevat een reproductie van de afzonderlijke uitgave ¹⁾).

In zijn Waerdye heeft Johan de Witt de kansrekening, en dan met name het begrip mathematische hoop, toegepast op het lijfrenteprobleem. Zijn uiteenzetting laat aan duidelijkheid wel wat te wenschen over, doch aan deze omstandigheid kan nog geen verontschuldiging worden ontleend voor de slordigheid, waarmede sommigen de methode van De Witt hebben geïnterpreteerd. De schuld hiervan draagt Bierens de Haan, die in de inleiding tot de bovengenoemde *Feestgave* beweert, dat door De Witt de levenskansen gedurende de eerste honderd halve jaren onderling gelijk worden gesteld, b.v. 1; die voor de volgende twintig halve jaren eveneens, b.v. $\frac{2}{3}$; die voor de daarna volgende twintig halve jaren eveneens, b.v. $\frac{1}{2}$; en tenslotte ook die voor de laatste veertien halve jaren, b.v. $\frac{1}{3}$ ²⁾. Deze onderstellingen passen allermint in het betoog van De Witt en zouden bovendien zijn berekening geheel waardeloos maken. Intusschen is de scheeve voorstelling van Bierens de Haan in enkele andere geschriften zonder meer overgenomen ³⁾.

Het is bekend, dat kansvraagstukken voor het eerst aan de orde werden gesteld in een briefwisseling tusschen Pascal en Fermat. Onze landgenoot Christiaan Huygens, die toen tijdelijk in Frankrijk vertoefde, heeft hiervan wel kennis gedragen, doch in zijn geschrift *Van Rekeningh in Spelen van Geluck* (1657) heeft hij zelfstandig de beginselen van de waarschijnlijkheidsrekening ontwikkeld ⁴⁾.

In hoeverre dit werk Johan de Witt heeft geïnspireerd, is nog een open vraag. Rechtstreeksch contact tusschen Christiaan Huygens en den raadpensionaris schijnt er nauwelijks te zijn geweest, doch wanneer men de Waerdye met het genoemde geschrift van Huygens vergelijkt, dan rijst het vermoeden, dat De Witt door de „Rekeningh” op de gedachte is gekomen om de waarde van lijfrenten kansrekening te bepalen.

In een recent artikel van den Zweed Englund ⁵⁾ wordt de klacht

¹⁾ Deze feestgave, die ter gelegenheid van het honderdjarig jubileum van het Wiskundig Genootschap werd samengesteld, is verkrijgbaar bij P. Noordhoff te Groningen. Het omvat twee actuariële geschriften, namelijk de z.g. „Corte onderrichtinghe” (1599) en voorts de „Waerdye”.

²⁾ Het schijnt onbegrijpelijk, hoe Bierens de Haan, die op het actuariële terrein geen vreemdeling was, zulk een onlogische voorstelling omtrent de methode van De Witt kon geven. In elk geval blijkt, dat hij de Waerdye slechts vluchtig gelezen heeft.

³⁾ Vergelijk de *Bouwstoffen voor de geschiedenis van de Levensverzekeringen en Lijfrenten in Nederland*. Amsterdam, 1897. Pag. 5—6. Voorts: Alfred Manes: *Versicherungs-Lexikon*; 3 Auflage (Berlin 1930). Kol. 1860—1861.

⁴⁾ Deze verhandeling is opgenomen in *Oeuvres complètes de Christiaan Huygens*, publiées par la Société Hollandaise des Sciences. Tome XIV (1920), p. 50—91.

⁵⁾ K. Englund: *Johan de Witt och livförsäkring*. Nordisk Försäkrings-tidskrift; jrg. 13, afl. 2 (1933), p. 149—170. Vergelijk het artikel *Johan de Witt en de Levensverzekering* door J. F. C. Schotel, opgenomen in de *Verzekering-bode*; jrg. 52, No. 10 (1933) p. 73—76.

herhaald, die ook reeds door Eneström was geuit, dat het voor buitenlanders bezwaarlijk is om zich over de Waerdye van De Witt een zelfstandig oordeel te vormen, zoolang van Nederlandsche zijde geen bewerking van dit geschrift ter hand wordt genomen. Op aandrang van Dr. Van Haaften heb ik nu een bewerking in hedendaagsch Nederlandsch ontworpen, die het origineele stuk zoo getrouw mogelijk weergeeft en tevens van een reeks aantekeningen is voorzien.

Een dankbaar werk was dit allerminst. Vooreerst, omdat in een bewerking de fouten, die ontegenzeggelijk in de Waerdye schuilen, duidelijker voor den dag komen; en het is stellig geen aangename gewaarwording, wanneer men een schaduw over een beroemd geschrift zich scherper ziet afteekenen. Bovendien moest ik mij streng houden aan den eisch, dat de uiteenzetting van De Witt in de bewerking niet de minste verandering mag ondergaan, hetwelk noodzakelijk tengevolge had, dat zijn betoog meermalen woordelijk moest worden overgenomen. Indien men nu bedenkt, dat De Witt naar de gewoonte van zijn tijd zeer breedspakig was, dan kan men begrijpen, dat mijn bewerking uit taalkundig oogpunt velerlei gebreken moet vertoonen. Niettemin beantwoordt ze in zooverre aan het doel, dat de methode van De Witt er zonder misverstand uit afgeleid kan worden.

Het is misschien niet overbodig om vooraf in het kort de door De Witt gevolgde methode uiteen te zetten. Hij beschouwt de koopsom voor een lijfrente, waarvan de jaarlijksche betalingen een gulden bedragen, als de mathematische kanswaarde van de uitkeeringen, en wel aldus: een x -jarige heeft een kans k_0 om binnen het eerste jaar te sterven; in dit geval ontvangt hij geen enkele uitkeering, zoodat de partiële kanswaarde voor het eerste jaar nihil is. Voorts heeft hij een kans k_1 om binnen het tweede jaar te sterven; alsdan krijgt hij aan het einde van het eerste jaar een uitkeering, waarvan de contante waarde $a_{1|}$ is, zoodat de partiële kanswaarde voor het tweede jaar $k_1 a_{1|}$ bedraagt. Vervolgens heeft hij een kans k_2 om binnen het derde jaar te sterven; hij ontvangt dan zoowel aan het einde van het eerste als aan het einde van het tweede jaar een uitkeering, waarvan de gezamenlijke contante waarde $a_{2|}$ is, zoodat de partiële kanswaarde voor het derde jaar gelijk is aan $k_2 a_{2|}$. Zoo voortgaande vinden we:

$$a_x = k_0 a_0 + k_1 a_{1|} + k_2 a_{2|} + \dots$$

waarin $a_0 = 0$.

Nu kunnen de kansen k_0, k_1, k_2, \dots uitgedrukt worden in de elementen van een sterftetafel, zoodat:

$$a_x = \frac{d_x}{l_x} a_0 + \frac{d_{x+1}}{l_x} a_{1|} + \frac{d_{x+2}}{l_x} a_{2|} + \dots$$

Het maakt natuurlijk geen verschil, indien men met halve jaren werkt, hetgeen ten tijde van De Witt regel was. Wel verdient het opmerking, dat de tweede reeks in de Waerdye ontbreekt, en ten aanzien van de eerste zoekt men tevergeefs naar een duidelijke

omschrijving van de kansen *k*. Hierin nu is de moeilijkheid gelegen, die zoo menigmaal tot een onjuiste opvatting over de memorie van De Witt heeft geleid en deswege onze bijzondere aandacht zal vragen.

De typische vorm, waarin het rentevraagstuk in de actuariëele geschriften uit de 17de eeuw, in casu de Waerdye, optreedt, wordt behandeld in een publicatie in het *Archief voor de Verzekerings-Wetenschap* ¹⁾, zoodat wij daarop niet uitvoerig behoeven in te gaan.

In het *Nieuw Nederlandsch Biografisch Woordenboek* ²⁾ leest men in het artikel over Johan de Witt, dat er kort na de verschijning van de Waerdye een Fransche vertaling het licht zag; en volgens Laurent ³⁾ gebeurde dit in het jaar 1709 te 's Gravenhage. In samenwerking met de heeren M. van Haaften te Amsterdam en C. de Waard te Vlissingen heb ik getracht om deze Fransche uitgave in handen te krijgen, maar tot nu toe zonder resultaat; zelfs het bestaan ervan moet dubieus worden geacht. Wel bezit de bibliotheek van de Sorbonne een werk van Johan de Witt onder den titel *Rapport sur l'émission des rentes viagères par les Etats généraux* ('s Gravenhage, 1671); het is mogelijk, dat dit geschrift inderdaad de gezochte vertaling van de Waerdye geeft. ⁴⁾ Intusschen heb ik gemeend den uitslag van dit onderzoek niet te moeten afwachten, aangezien er nog gelegenheid zal zijn om op deze kwestie terug te komen, wanneer Dr. P. J. L. de Chateaux een Fransche vertaling van dit artikel in het Verzekerings-Archief zal publiceeren.

Wij geven op de volgende bladzijden de bewerking van de Waerdye.

* *

¹⁾ M. van Haaften: *Eenige niet-wiskundige beschouwingen over de gewone annuïteit*. Deel XVII (1919), p. 233—254.

²⁾ Uitgave van A. W. Sijthoff te Leiden (1914); derde deel, kolom 1466.

³⁾ H. Laurent: *Traité du calcul des probabilités* (Paris 1873); p. 268.

⁴⁾ Na het ter perse gaan van dit artikel ontving ik van den heer De Waard de mededeeling, dat hem vanwege de Sorbonne het bewuste geschrift was toegezonden; ondanks den Franschen titel betreft het de bekende facsimile-uitgave van het Wiskundig Genootschap.

Edelgrootmogende Heeren.

Om velerlei redenen, die U zeer wel bekend zijn, verdient het voor een zoo uitgebreide huishouding als die van de vereenigde landen van Holland en West-Friesland meer aanbeveling om leeningen te sluiten op lijfrenten, die naar haar aard een beperkten duur hebben, dan op losrenten of tegen vergoeding van eeuwigdurenden intrest ¹⁾. Anderzijds is het voor particulieren met een gezond economisch inzicht, die hun liquide middelen op handige wijze tot vermeerdering van kapitaal weten aan te wenden, nuttiger om hun gelden te besteden voor lijfrenten dan voor losrenten of intrest tegen vier percent ²⁾, omdat ze daarvan, zelfs nu de lijfrenten verkocht worden voor een koopsom 14 ³⁾, naar verhouding meer voordeel trekken dan van losrenten voor een koopsom 25. Deze aangelegenheid heb ik Uwen Edelgrootmogenden reeds meermalen eerbiedig voorgehouden, gepaard met de verzekering, dat overtuigende bewijzen door mij kunnen worden aangevoerd. Aangezien Uw Vergadering unaniem den wensch heeft kenbaar gemaakt om van deze argumenten in geschrifte te worden gediend, zoo zij het mij vergund aan het verlangen van Uwe Edelgrootmogenden op de volgende wijze te voldoen.

Waarde van lijfrenten in verhouding tot losrenten.

Het probleem om de verhouding van een lijfrente tot een losrente te bepalen, of (nader geformuleerd) om, in de veronderstelling, dat de losrente een vaste waarde heeft, die overeenkomt met een koopsom 25, d.i. vier percent per jaar, te berekenen voor welke koopsom de lijfrente verkocht zal moeten worden om met de genoemde losrente gelijk te staan, en wel zoo, dat de lijfrente, ten naaste bij met wiskundige nauwkeurigheid en stellig in betrekking tot de berekende waarde, voor den koper nog voordeliger is dan een met hetzelfde kapitaal afkoopbare losrente ⁴⁾, vereischt de navolgende onderstellingen.

Eerste onderstelling.

De juiste waarde van eenige kansen op voorwerpen van verschillende prijs moet beschouwd worden te zijn dat bedrag, waarmede men (met behulp van een of meer eerlijke contracten) tot dezelfde kansen kan geraken ⁵⁾.

Stel (ik neem kleine bedragen en voorts een geval, hetwelk men terstond kan begrijpen), iemand heeft twee verschillende kansen, die even gemakkelijk kunnen gebeuren ⁶⁾; en wel een kans op niets en een op 20 stuivers. Indien hij nu, met behulp van een of meer gelijke contracten, met 10 stuivers tot dezelfde twee kansen kan geraken, dan moet geconcludeerd worden, dat de oorspronkelijke kansen tezamen de waarde van 10 stuivers bezitten. Nu kan hij inderdaad met 10 stuivers tot twee zulke kansen geraken, door namelijk met een ander overeen te komen, dat ieder 10 stuivers

zal inzetten, terwijl vervolgens door het lot (even of oneven, kruis of munt, een tweetal kaarten, of iets dergelijks) beslist zal worden, aan wien de geheele inzet ten deel zal vallen. Dit spel, hetwelk volkomen eerlijk is, biedt den eerstgenoemden persoon klaarlijk de hem toegeschreven kansen, de een op niets en de ander op 20 stuivers.

Tweede onderstelling.

Wordt uit het leven van een mensch een bepaald, doch overigens willekeurig jaar gekozen, en wel binnen den tijd, waarin de mensch zijn volle levenskracht niet heeft verloren, noch door een te teere jeugd, noch door een te hoogen ouderdom — welke tijd hier op 50 jaren gesteld zal worden, b.v. van het 3de of 4de levensjaar exclusief tot het 53ste of 54ste inclusief — dan is het niet waarschijnlijker, dat die mensch in de eerste helft van het gekozen jaar, dan wel in de laatste helft zal sterven, en evenzoo is het niet waarschijnlijker dat hij in de laatste dan wel in de eerste helft van het beschouwde jaar zal sterven; maar, wanneer die mensch het beschouwde levensjaar bereikt en voorts binnen hetzelfde overlijdt, dan zal het wel uitsluitend van het toeval afhangen, of dit sterven in het eerste dan wel in het tweede halfjaar plaats heeft, doch voor beide gevallen bestaat een even groote kans ⁷⁾. Evenals er ten aanzien van een opgeworpen geldstuk een volkomen gelijkheid van kans is voor de eene of de andere zijde; of, zooals men zich gewoonlijk uitdrukt, voor kruis of munt; nochtans hangt het resultaat enkel van het toeval af, zelfs zoo, dat het geldstuk 10, 20 of meer malen achtereen kruis kan vertoonen, zonder een enkele maal munt, en omgekeerd ⁸⁾.

Derde onderstelling.

Voor een mensch, die de tevoren genoemde levenskrachtige jaren achter den rug heeft en dus b.v. minstens den 53- of 54-jarigen leeftijd heeft bereikt, wordt de kans grooter om in een bepaald jaar of halfjaar van zijn overigen levenstijd te sterven dan ze voor hem was, of voor een ander van denzelfden jongeren leeftijd, aard en lichaamsgesteldheid alsnog is, om binnen een bepaald jaar of halfjaar uit zijn levenskrachtige periode te sterven. Doch de kans om binnen een bepaald jaar of halfjaar van het eerstvolgende tiental jaren, b.v. van het 53ste tot het 63ste jaar, te sterven gaat de kans van overlijden binnen een bepaald jaar of halfjaar uit den vorigen levenskrachtigen tijd niet meer te boven dan in verhouding van drie tot twee ⁹⁾.

Ter toelichting beschouw ik twee personen van gelijke lichaamsgesteldheid, één van 40 en een ander van 58 jaar, die het volgende contract aangaan: sterft de persoon van 58 jaar binnen zes maanden, dan zal de persoon van 40 jaar uit zijn nagelaten goederen de som van 2000 gulden ontvangen; overlijdt echter de persoon van 40 jaar binnen zes maanden, dan erft de persoon van 58 jaar de som van 3000 gulden. Deze overeenkomst kan voor hem, die 3000 gulden

winnen of in het tegenovergestelde geval slechts 2000 gulden verliezen zal, niet onvoordeelig geacht worden¹).

Voorts zal de grootere kans van overlijden binnen een bepaald jaar of halfjaar van het volgende tiental jaren, b.v. van het 63ste tot het 73ste jaar, boven die binnen een bepaald jaar of halfjaar van den tevoren genoemden levenskrachtigen tijd niet hooger gesteld kunnen worden dan op het dubbele, dus twee tegen een; en die in het volgende zevental jaren, b.v. van het 73ste tot het 80ste jaar, niet hooger dan op het drievoudige, dus drie tegen een. Onderstelt men tenslotte, dat het leven van den mensch uiterlijk in het 27ste jaar na de reeds meermalen genoemde 50 levenskrachtige jaren ten einde loopt, dan is dit tijdsverloop van 27 jaren stellig niet te lang genomen, aangezien uit de ervaring duidelijk blijkt, dat het leven van sommige menschen 80, 81 en meerdere jaren in niet onbelangrijke mate te boven gaat.

Uit deze drie onderstellingen zal door een overtuigende berekening en een wiskundig bewijs worden afgeleid, dat de lijfrente, om met de op een koopsom 25 gestelde losrente gelijk te staan, nog hooger dan voor een koopsom 16 verkocht zal moeten worden, en wel in dier voege, dat voor een gulden rente op het leven van een jong en gezond individu meer dan 16 gulden betaald moet worden.

Eerste stelling.

De waarde van verscheidene gelijke kansen, die elk op een zekere geldsom of een kostbaar voorwerp betrekking hebben, wordt nauwkeurig gevonden, indien de gelden of de voorwerpen tezamen gevoegd worden en vervolgens het totale bedrag gedeeld wordt door de som der kansen; het quotient wijst dan precies de waarde van de gegeven kansen aan.

Wanneer iemand, die hier duidelijkheidshalve Jan zal worden genoemd, drie gelijke kansen heeft, b.v. op een parel of 2000 gulden, op een robijn of 3000 gulden en op een diamant of 4000 gulden, aldus:

Kansen	op de	
1	parel	of 2000 gulden
1	robijn	of 3000 gulden
1	diamant	of 4000 gulden
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>		
3		9000 gulden
		3) <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
		3000 gulden

dan beweer ik, dat de drie kansen tezamen het derde deel van de genoemde drie juweelen, als één geheel beschouwd, waard zijn; dus 3000 gulden. Immers, dit bedrag wordt verkregen, wanneer de som van de waarden der juweelen gedeeld wordt door 3, de som der kansen.

Bewijs.

Ten eerste. Stel, dat Jan met twee andere personen, Pieter en Paulus, de hierboven genoemde juweelen heeft gekocht, waarbij elk het derde deel van de gezamenlijke waarde heeft betaald; of wel, ze zijn overeengekomen, dat elk van hen in een gemeenschappelijke beurs een bedrag van 3000 gulden zal deponeren. Klaarblijkelijk is dit een volkomen eerlijk contract.

Ten tweede. Stel, dat Jan om de een of andere reden met zijn metgezellen overeen gekomen is om drie loten te maken, namelijk twee nieten en een winstnummer, waarop het drietal juweelen, of wel de beurs met 9000 gulden als prijs zal staan. Nadat elk een lot heeft getrokken, vallen dus aan één van hen de juweelen, resp. de 9000 gulden ten deel. Dit is wederom in allen deele een eerlijk contract.

Ten derde. Stel, dat Jan met Pieter een bijzondere afspraak maakt, inhoudende, dat, in geval een van beiden in het gelukkige bezit van de drie juweelen of de beurs zal komen, de winnaar aan den ander de parel of 2000 gulden uit de beurs zal afstaan. Andermaal is dit een volstrekt eerlijk contract.

Ten vierde. Stel, dat Jan met Paulus een soortgelijke overeenkomst treft, in dier voege, dat thans door den winnaar aan den andere de robijn of 3000 gulden zal worden geschonken, wanneer een van beiden het winstnummer trekt. Onbetwistbaar is tenslotte ook dit contract volkomen eerlijk.

Met behulp van deze vier contracten komt de geheele transactie voor Jan daarop neer, dat hij drie kansen heeft, die alle even gemakkelijk kunnen gebeuren en dus gelijkwaardig zijn; namelijk: een kans op de parel of 2000 gulden, wanneer Pieter het gunstige lot trekt, die dan overeenkomstig het derde met Jan gemaakte contract aan dezen de parel of 2000 gulden moet uitkeeren; een kans op den robijn of 3000 gulden, wanneer Paulus het winstnummer trekt, die dan volgens het vierde met Jan gesloten accoord aan dezen den robijn of 3000 gulden moet schenken; en een kans op den diamant of 4000 gulden, wanneer hijzelf de gelukkige winnaar is, aangezien hij dan op grond van de beide bijzondere afspraken aan Pieter de parel of 2000 gulden en aan Paulus den robijn of 3000 gulden heeft uit te keeren, en mitsdien van de drie juweelen of 9000 gulden alleen den diamant of 4000 gulden overhoudt. Derhalve kan Jan met een derde deel van het drietal juweelen, of met een kapitaal van 3000 gulden, en door middel van eenige eerlijke contracten tot de hem toegeschreven kansen geraken, waarvan de juiste waarde volgens de eerste onderstelling dus ook gegeven wordt door het derde deel van het drietal juweelen, of wel door het kapitaal van 3000 gulden ¹¹⁾.

Op dezelfde manier zal het bewijs gegeven kunnen worden, wanneer er 2, 4, 5, 6 of meer gelijkwaardige kansen op voorwerpen van verschillende waarde in het spel zijn; daartoe behoeft men slechts het aantal metgezellen van Jan en de daarop betrekking hebbende bijzondere contracten in verband met het aantal kansen in te voeren. Het gegeven bewijs heeft dus algemeene geldigheid.

Uitbreiding.

Uit het bovenstaande is gemakkelijk af te leiden, dat de gegeven regel afdoend is, ook als eenige der kansen niet op een prijs betrekking hebben; in het bewijs behoeft dan geen andere wijziging te worden aangebracht dan deze, dat één metgezel meer moet worden aangenomen dan het getal der voorwerpen van waarde, waartoe de kansen voeren, terwijl voorts gesteld wordt, dat met een van de metgezellen geen bijzonder contract wordt aangegaan.

Stel b.v. dat Jan de volgende kansen heeft:

Kansen	op	of	op
1	niets		0
1	een parel		2000
1	een robijn		3000
1	een diamant		7000
<hr/>	<hr/>		<hr/>
4			12000
		4)	<hr/>
			3000

Ik beweer, dat deze vier kansen tezamen het vierde deel van het genoemde drietal juweelen, of de som van 3000 gulden waard zijn. Gesteld namelijk, dat Jan met Pieter, Paulus en Klaas op dezelfde manier als tevoren de drie juweelen gekocht heeft, of wel, dat elk in een gemeenschappelijke beurs een bedrag van 3000 gulden heeft gedeponeerd. Indien ze nu voorts gezamenlijk een accoord maken, en daarna Jan met Pieter en Paulus afzonderlijk, doch niet met Klaas, geheel als tevoren, dan komt de zaak voor Jan weer daarop neer, dat hij vier gelijkwaardige kansen heeft: een kans op niets, wanneer Klaas, met wien hij geen afzonderlijke afspraak omtrent een wederkerige uitkeering gemaakt heeft, het gunstige lot trekt; een kans op de parel of 2000 gulden, wanneer het geluk aan Pieter ten deel valt, die hem in dit geval volgens het getroffen accoord de parel of 2000 gulden moet schenken; een kans op den robijn of 3000 gulden, wanneer het winstnummer door Paulus getrokken wordt, die hem alsdan volgens afspraak den robijn of 3000 gulden moet afstaan; en een kans op den diamant of 7000 gulden, wanneer Jan zelf in het bezit van het gunstige lot komt, die dan overeenkomstig de contracten met Pieter en Paulus aan deze respectievelijk de parel of 2000 gulden en den robijn of 3000 gulden moet aanbieden, en dus van de met het lot gewonnen drie juweelen of 12000 gulden voor hemzelf nog den diamant of 7000 gulden overhoudt.

Voorts valt op te merken, dat in deze uiteenzetting met voorbedachten rade van drie waardevolle voorwerpen, zooals een parel, een robijn en een diamant, gebruik werd gemaakt zonder daarvan den juisten prijs te noemen; immers, het bewijs blijft nu geldig voor alle getalsoorten, zoowel voor gebroken als voor heele, voor irrationale en voor rationale getallen, dewijl de waarde van de juweelen door alle denkbare getallen kan worden uitgedrukt ¹²⁾.

	Kansen	op
	1	1200
	1	1200
6	1	1200
	1	1200
	1	1200
	1	1200
	1	1200
	1	2100
	1	2100
4	1	2100
	1	2100
	1	3600
	1	3600
3	1	3600
	1	4200
	1	4200
2	1	4200
	1	4200
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
	21	34800

Nu wordt de waarde van deze kansen, volgens de eerste stelling, gevonden door eerst alle sommen bij elkaar op te tellen, te weten: 0 zesmaal; 1200 zesmaal of, wat op hetzelfde neerkomt, het product van 1200 met 6; 2100 viermaal of, wat weer hetzelfde resultaat levert, het product van 2100 met 4; 3600 driemaal of, wat andermaal tot eenzelfde uitkomst voert, het product van 3600 met 3; en eindelijk 4200 tweemaal of, wat ook hier gelijkwaardig is, het product van 4200 met 2; vervolgens wordt deze som gedeeld door 21, de som der kansen. Aangezien uit het voorgaande duidelijk blijkt, dat de opstelling van de afzonderlijke posten niet verschilt van, doch volkomen overeenstemt met de sommatie van de posten, die uit de respectievelijke vermenigvuldigingen resulteren, namelijk 0, 7200, 8400, 10800 en 8400, zoo moet evenzeer de som van de laatstgenoemde posten, na deeling door een en hetzelfde getal, te weten de som van alle kansen (d.i. 21), eenzelfde quotient opleveren; waarmede de juistheid van het gestelde bewezen is ¹³⁾.

Uitbreiding.

De voorgaande stelling doet zien, dat in de toepassing van de gegeven regels feitelijk niet van de som der kansen, doch uitsluitend van haar onderlinge verhouding gebruik wordt gemaakt; immers, indien de onderlinge verhouding der kansen gelijk blijft, dan zal het deeltal, d.i. het getal, hetwelk gedeeld wordt, ten gevolge van de voorafgaande vermenigvuldigingen in dezelfde verhouding vermeerderen of verminderen als de deeler, die rechtstreeks uit de optelling van de vermeerderde of verminderde kansen resulteert. Mitsdien zal het quotient, dus de juiste waarde van alle kansen tezamen, hetzelfde blijven ¹⁴⁾. Het gegeven voorbeeld, hetwelk

hieronder op drie verschillende manieren behandeld en opgelost wordt, zal dit alles nader kunnen toelichten:

I.

Kansen	op	
6	0	0
6	1200	7200
4	2100	8400
3	3600	10800
2	4200	8400
<hr/>		
21, deeler		34800
	21)	<hr/>
		1657 $\frac{1}{7}$

II.

Kansen	op	
1	0	0
1	1200	1200
$\frac{2}{3}$	2100	1400
$\frac{1}{2}$	3600	1800
$\frac{1}{3}$	4200	1400
<hr/>		
3 $\frac{1}{2}$, deeler		5800
	3 $\frac{1}{2}$)	<hr/>
		1657 $\frac{1}{7}$

III.

Kansen	op	
18	0	0
18	1200	21600
12	2100	25200
9	3600	32400
6	4200	25200
<hr/>		
63, deeler		104400
	63)	<hr/>
		1657 $\frac{1}{7}$

Om voornoemde redenen leidt de bewerking volgens den opgestelden regel in deze drie voorbeelden — en hetzelfde zou in alle andere dergelijke gevallen geschieden — tot een en hetzelfde quotient voor de waarde van de gezamenlijke kansen, namelijk $1657\frac{1}{7}$.

Derde stelling.

Gedurende den tijd, waarin de mensch zijn volle levenskracht niet heeft ingeboet, noch door een te teere jeugd, noch door een te hoogen ouderdom — b.v. van het 3de of 4de tot het 53ste of 54ste levensjaar — is elk halfjaar van zijn leven even noodlottig en doodelijk; in dier voege, dat de kans niet grooter is, dat zijn sterfdag zal vallen binnen het eerste halfjaar van den genoemden tijd dan in

het tweede, en omgekeerd; evenmin, dat zijn sterfdag zal vallen binnen het eerste of tweede halfjaar, beide afzonderlijk beschouwd, dan wel in het derde halfjaar, en omgekeerd. Zoo voortgaande, omvat men den geheelen levenskrachtigen tijd.

Beschouwt men binnen den vastgestelden, levenskrachtigen tijd van den mensch een willekeurig jaar, dan is daarvan (volgens de tweede onderstelling) de eerste helft even noodlottig en doodelijk als de tweede helft; beschouwt men voorts binnen denzelfden tijd dat jaar, hetwelk begint bij het midden van het eerstgenoemde, en dus een half jaar na het verstrijken van dit jaar eindigt, dan is ook van dat andere jaar de eerste helft, d.i. het tweede zestal maanden van het eerstgenoemde jaar, even noodlottig en doodelijk als de tweede helft, d.i. het derde zestal maanden gerekend vanaf het begin van het eerstgenoemde jaar. Aangezien nu zoowel het eerste als het derde halfjaar even noodlottig en doodelijk zijn als het tweede, zoo zijn ook het eerste en het derde halfjaar ten opzichte van elkaar even noodlottig en doodelijk. Dus zijn het eerste, tweede en derde zestal maanden, elk afzonderlijk beschouwd, even doodelijk. Op dezelfde manier wordt bewezen, dat het tweede en vierde zestal maanden ten opzichte van elkaar even noodlottig zijn, en derhalve het eerste, tweede, derde en vierde zestal maanden, elk afzonderlijk beschouwd, even doodelijk zijn. Deze redeneering geldt blijkbaar voor alle volgende en voorafgaande halve jaren binnen den levenskrachtigen tijd, hetwelk te bewijzen was ¹⁵⁾.

Uitbreiding.

Uit het bovenstaande en de derde onderstelling volgt, in verband met de omstandigheid, dat de lijfrenten bij de kantoren binnen Holland en West-Friesland halfjaarlijks betaalbaar zijn, dat een rentetrekker de geheele koopsom kwijt is en daarop geen verhaal meer heeft, indien de persoon, op wiens leven de lijfrente is gevestigd, binnen het eerste halfjaar na aankoop komt te overlijden en dus geen volle zes maanden leeft. (De grootte van de jaarrente wordt gesteld op een millioen gulden of twintig millioen stuivers, teneinde in de berekening gebroken getallen te vermijden). Leeft die persoon echter een vol halfjaar en komt hij eerst binnen het tweede halfjaar te sterven, dan trekt de bevoordeelde aan het einde van dat eerste halfjaar tien millioen stuivers, die na disconteerling over een half jaar tegen vier percent per jaar de contante waarde van 9805807 stuivers opleveren ¹⁶⁾, welk bedrag ten dage van den aankoop der rente rechtens door hem moet worden betaald. Leeft de tevoren genoemde persoon twee halve jaren en overlijdt hij eerst binnen het derde halfjaar, dan trekt de bevoordeelde aan het einde van het eerste halfjaar tien millioen stuivers en aan het einde van het tweede halfjaar andermaal tien millioen stuivers, welke beide bedragen, het eerste over een half en het tweede over een vol jaar gedisconteerd en wel evenals tevoren tegen vier percent per jaar, op het moment van den aankoop der rente de contante waarde van 19421192 stuivers hebben. Zoo voortgaande heeft men, naar gelang de sterfdag binnen het 4de, 5de, 6de of volgende halfjaar valt, telkens

even zoovele halfjarige bedragen van tien millioen stuivers als er volle halve jaren sinds den aankoop der rente verstreken zijn; na behoorlijke discontearing komt men dan tot contante waarden, die in de volgende tabel gespecificeerd vereenigd zijn:

Indien de verzekerde overleeft:

halve jaren	stuivers
1	9805807
2	19421192
3	28849853
4	38095415
5	47161435
.....
196	494137001
197	494346997
198	494552917
199	494754836
200	494952836 ¹⁷⁾

Ondergeteekenden, boekhouders van de Heeren Staten van Holland en West-Friesland, hebben deze tafel, ieder afzonderlijk, nauwkeurig berekend, en voorts zoowel onderling als ook met de bovenstaande vergeleken; daarbij is een volmaakt accoord zonder een enkele cijferfout bevonden.

T. BELLECHIERE en JACOB LENZE.

Een rentetrekker, die op het leven van een jong persoon een lijfrente heeft gevestigd, is nu in het bezit van zooveel kansen als er halve jaren zijn, waarin die persoon kan komen te overlijden, van welke onderscheidene kansen de honderd eerste (omvattende den tijd van 50 jaren vanaf den aankoop) even gemakkelijk kunnen gebeuren en deswege gelijkwaardig zijn, aangezien binnen dien tijd elk halfjaar voor dien persoon even noodlottig en doodelijk is, overeenkomstig de derde stelling; elk van de twintig volgende (omvattende de eerste 10 jaren na het verstrijken van de voornoemde 50 jaren) is gemiddeld, in vergelijking met ieder van de honderd eerste kansen, niet kleiner te achten dan in verhouding van twee tot drie, krachtens de derde onderstelling; elk van de twintig daarna volgende (omvattende het tweede tiental jaren na het verstrijken van de voornoemde 50 jaren) is gemiddeld in verhouding tot ieder van de honderd eerste kansen niet kleiner te rekenen dan in reden van een tot twee, wederom in overeenstemming met de derde onderstelling; en ten laatste is elk van de veertien resterende kansen (omvattende het zevental jaren na het verstrijken van de genoemde tweemaal tien jaren, na verloop van welken tijd het leven van den mensch ondersteld wordt te zijn geëindigd) in vergelijking met de honderd eerste kansen gemiddeld niet kleiner te achten dan in verhouding van een tot drie ¹⁸⁾. Hieruit volgt, dat de tevoren genoemde rentetrekker nog meer winstkansen heeft dan in onderstaande tabel zijn aangegeven:

(Volgt de tafel van kanswaarden) ¹⁹⁾.

Op grond van de tweede stelling is in deze tabel wiskundig berekend, welke waarde de gezamenlijke kansen voor den rentetrekker vertegenwoordigen, in de onderstelling dan, dat het resulteerende bedrag bij aankoop der rente contant moet worden voldaan. Immers, de honderd eerste posten, elk eenmaal genomen, d.i. elk met één vermenigvuldigd, geven tezamen de som van 28151475578 stuivers; de twintig volgende posten, elk voor tweederde genomen, d.i. elk met tweederde vermenigvuldigd (of nog anders: het tweederde deel van de totale som) leveren tezamen 5941297809 stuivers; de helft van de daarna volgende twintig posten geeft 4648537641 stuivers en tenslotte levert het derde deel van de veertien laatste posten 2222802708 stuivers; tezamen leveren deze vier getallen 40964113736 stuivers op. Na deeling door 128, de som van alle kansen tezamen, vindt men voor het quotient, dit is de nauwkeurige en juiste waarde van de gezamenlijke kansen, de som van 320032139 stuivers of 16001607 guldens. Intusschen is een millioen gulden jaarlijksche rente op het leven van een jong persoon in contant geld meer waard, en behoort dus ook voor meer dan 16001607 gulden te worden verkocht. Dit wil zeggen, dat iedere gulden jaarlijksche lijfrente, in verhouding tot een losrente tegen vier percent per jaar, meer waard is dan 16 gulden, zoodat hij, die een gulden 's jaars op het leven van een jong en gezond persoon heeft gekocht voor 16 gulden, een zeer voordeelig contract heeft aangegaan. Ik noem dit contract zeer voordeelig, en wel om de volgende redenen:

Vooreerst, omdat in geen enkele becijfering of begrooting rekening kan worden gehouden met de vrijheid van den rentetrekker — die intusschen voor hem groote waarde heeft — om de lijfrente te koopen ten behoeve van een volkomen gezond persoon, die waarschijnlijk lang in leven zal blijven, zoodat hij veel minder gevaar loopt, dat de genoemde persoon binnen de eerste zes maanden zal komen te overlijden dan wel in eenig daarna volgend halfjaar; op gevorderden leeftijd daarentegen heeft die persoon mogelijk een zwak gestel, misschien wel een doodelijke ziekte. Wordt echter een persoon met een kerngezond gestel gekozen, dan kan de gunstige invloed van een waarschijnlijk langen levensduur op den aankoop der rente gevoegelijk tot het tweede, derde of eenig daarna volgend halfjaar uitgebreid worden ²⁰).

Ten andere is het voordeel, dat uit die vrijheid van keuze voortvloeit, ook daarom van zooveel belang, aangezien een half levensjaar in het begin, dus kort na aankoop van de lijfrente, in betrekking tot de grootte van de koopsom voor den rentetrekker evenveel, ja nog meer waarde heeft dan achttien halve jaren, die de persoon, op wiens leven de rente gevestigd is, op hoogen ouderdom, b.v. van het zeventigste tot het negen en zeventigste jaar na aankoop der lijfrente, nog mocht blijven leven. Hoewel deze bewering vreemd en paradoxaal moge schijnen, zoo is ze nochtans volkomen juist ²¹).

Ten derde, hoewel als grondslag van de berekening gesteld is, dat de

eerste honderd halve jaren na aankoop van de rente even noodlottig en doodelijk zijn — en zulks op grond van het zeer geringe verschil tusschen de eerste en de laatste helft van ieder jaar ²²⁾ — nochtans zal uit een nauwgezette overweging volgen, dat de kans om te sterven voor de personen, op wier leven de lijfrenten doorgaans gevestigd worden, in de eerste jaren na den aankoop kleiner is dan in de latere jaren, in de onderstelling dan, dat de lijfrenten gevestigd worden op het leven van jonge en gezonde kinderen van 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 jaren of daaromtrent ²³⁾; in welken tijd en eenige jaren daarna de genoemde personen krachtiger en aan minder sterfte onderhevig zijn dan omstreeks 45 tot 50 jaren later; te meer, omdat de personen in de genoemde eerste jaren niet of in geringe mate aan ongevallen en buitengewone doodsoorzaken, zooals oorlogen, gevaarlijke reizen, drankmisbruik, ontucht en andere, en voor zoover de vrouwen betreft, aan zwangerschap en dergelijke onderhevig zijn. Zoodat mede te dien aanzien de eerste jaren na den aankoop van de renten het minst gevaarlijk zijn, hetwelk voor den rentetrekker een aanmerkelijk voordeel beteekent, voornamelijk in verband met wat tevoren betoogd werd, dat een van de eerste jaren in betrekking tot de grootte van de koopsom tegen een groot aantal van de volgende jaren kan opwegen.

Ten laatste kan het, zooals wel vanzelf spreekt, nog voorkomen, dat de persoon, op wiens leven de lijfrente gevestigd is, meerdere jaren dan 27 na den aankoop leeft, welke tijd in de tevoren gegeven berekening als het einde van het menschelijke leven werd gesteld, ofschoon deze mogelijkheid van weinig belang is. Immers, indien ondersteld wordt, dat de genoemde persoon na het verstrijken van het in de berekening gebruikte tijdvak nog in leven is, en voorts het honderdste jaar na den aankoop van de rente bereikt, zoodat de rentetrekker of zijn erfgenamen, na verloop van 77 jaren, nog minstens 46 halfjaarlijksche rentetermijnen zouden ontvangen, dan wordt daardoor de waarde van de lijfrente, die volgens de voorgaande berekening hooger dan het zestienvoudige van een jaarlijksche uitkeering bevonden werd, minder dan $14\frac{1}{2}$ stuiver grooter. Ja, al zou de rentetrekker nog meer termijnen ontvangen, in dier voege, dat zijn erfgenamen na het verstrijken van de genoemde 100 jaren de lijfrente elk halfjaar eeuwig zouden ontvangen, dan zou de waarde van de lijfrente op het oogenblik van aankoop met nog minder dan 10 stuivers klimmen ²⁴⁾.

Hierdoor wordt tevens het eventueele bezwaar weerlegd, dat in de onderstellingen en de daarop steunende berekening de laatste jaren, in verhouding tot die uit den levenskrachtigen tijd van den mensch, niet noodlottig en doodelijk genoeg zijn genomen; de tevoren gevonden koopsom zal door andere verhoudingsgetallen geen merkbare verlaging ondergaan. Zelfs wanneer ondersteld wordt, dat ieder halfjaar van het tiental jaren, volgende op het 60ste na aankoop van de lijfrente, drie- in plaats van tweemaal zoo noodlottig en doodelijk is als ieder halfjaar van de eerste 50 jaren; dat voorts ieder halfjaar van de zeven daarna volgende jaren vijf- in

plaats van driemaal zoo noodlottig en doodelijk is als elk van de genoemde eerste halve jaren; en dat, evenals in de oorspronkelijke berekening, het 77ste jaar na het oogenblik van aankoop der rente het hoogst bereikbare levensjaar is, dan zullen al deze onderstellingen — die de laatste jaren klaarblijkelijk aan een te hooge sterfte onderhevig maken — de waarde van de lijfrente nauwelijks 6 stuivers op het berekende bedrag van 16 gulden doen dalen²⁵⁾. Om al deze redenen mag als vaststaand worden aangenomen, dat de waarde van de lijfrente, in verhouding tot de losrente voor een koopsom 25, niet beneden, doch stellig ver boven de koopsom 16 uitgaat, zoodat iemand, die een lijfrente wil koopen op den grondslag van de genoemde losrente, voor iederen gulden jaarlijksche rente, aanmerkelijk meer dan zestien gulden zou moeten betalen.

En bij dit alles voegt zich nu nog de omstandigheid, dat onze berekening gebaseerd is op een discontopercentage van vier per jaar, en wel met samengestelden intrest, waarbij dus de voor den koper van de lijfrente gunstige onderstelling wordt gemaakt, dat hij zijn geld, hetwelk hij voor den aankoop van de rente uitgeeft, steeds zoo voordeelig kan beleggen, dat hij daarvan zonder onderbreking samengestelden intrest tegen vier percent 's jaars ontvangt. Maar het is duidelijk, dat men daartoe niet altijd de gelegenheid heeft; soms moet het geld eenigen tijd renteloos blijven liggen, en ook moet men zich dikwijls, ter voorkoming van geldelijke schade, met heel wat minder intrest vergenoegen.

Tenslotte zij er nog op gewezen, dat het voor de lijfrente bestede kapitaal aan aflossing noch conversie onderhevig is; om welke redenen de lijfrente, onder den bestendigen zegen van God Almachtig over deze landen, voor den rentetrekker heel wat voordeelijker kan geacht worden dan de losrente, hetwelk uit de voorbeelden van vroegere jaren duidelijk blijkt. Zoo zal men zich herinneren, dat de lijfrenten door de Heeren Staten van Holland en West-Friesland binnen enkele jaren niet alleen van een koopsom 11 op een koopsom 12, en van een koopsom 12 op een koopsom 14 zijn gebracht, doch dat dezelve nog in deze eeuw eerst voor een koopsom 6 en vervolgens voor een koopsom 7 en 8 zijn verkocht geworden, terwijl de meeste lijfrenten, die tegenwoordig nog ten laste van deze landen loopen, vastgesteld werden op een koopsom 9; deze renten leveren den bezitter, in aanmerking nemende de gestadige intrestdaling van $6\frac{1}{4}$ tot 5 en daarna van 5 tot 4 percent, op iedere half-jarigen termijn bijna de helft winst, en meer dan de helft geven zelfs de renten, die voor een koopsom 8 of lager werden aangekocht²⁶⁾.

Ondergeteekende verklaart, op verzoek van den Heer Raadpensionaris van Holland en West-Friesland de bovenstaande stellingen en de daaruit afgeleide gevolgtrekkingen ter berekening van de waarde eener lijfrente in verhouding tot een losrente van vier percent 's jaars met aandacht nagelezen en overwogen te hebben; is van oordeel, dat de daartoe gebruikte methode zeer nauwkeurig is en dat de uiteindelijke gevolgtrekking, volgens welke de koper

van een lijfrente voordeel heeft, indien hij op een koopsom van zestien gulden een gulden jaarlijksche rente bedingt, op vaste wiskundige grondslagen steunt, zonder weersproken te kunnen worden; ten ware in de berekening der tafel of in het overschrijven of optellen der posten (een eenvoudig en welbekend cijferwerk, hetwelk door mij niet nagerekend is) onverhoopt eenige cijferfout mocht zijn begaan ²⁷).

J. HUDDE.

Aanhangsel.

Aangezien de dagelijksche ondervinding leert, dat vele menschen ongeneigd of onbekwaam zijn om hun gedachten op aaneengeschaalde, logische redeneeringen zoodanig te concentreeren, dat zij de kracht der overtuiging daarvan kunnen toestemmen, doch in plaats van bewijzen liever getallenvoorbeelden zien, zoo gevoel ik den plicht om ter staving van het bovenstaande nog toe te voegen, dat ik sedert de ontdekking van de vermelde lijfrente-berekening aan de registers van Uwe Edelgrootmogenden ettelijke duizendtallen van personen, op wier leven lijfrenten zijn aangekocht geworden, nauwkeurig heb ontleend met vermelding van den laatsten verschijndag, waarop nog een termijn werd betaald; daaruit heb ik nauwkeurig berekend, hoeveel alle halfjaarlijksche uitkeeringen tot op den genoemden laatsten verschijndag, gedisconteerd tegen vier percent 's jaars, den rentetrekkers in contant geld hebben opgeleverd. Daarbij is mij gebleken, dat deze lijfrenten ten behoeve van een flink aantal jeugdige personen, bij voorbeeld om en nabij 100, voor de rentetrekkers in contant geld, dus ten tijde van den aankoop, gemiddeld steeds meer waarde hebben gehad dan 16 gulden voor een gulden jaarlijksche rente; d.w.z. alle jaarlijksche uitkeeringen van een gulden, gedisconteerd tegen vier percent 's jaars tot op den dag van aankoop, vertegenwoordigen gemiddeld in contant geld een grooter bedrag dan 16 gulden. Wordt deze berekening voor 100 of meer groepen uitgevoerd, elke groep om en nabij 100 personen omvattende, dan bevindt men, dat de uitkeeringen, gedisconteerd als tevoren, nooit minder dan een contante waarde van 16 gulden vertegenwoordigen; meermalen komt men hooger uit, zelfs tot een koopsom 18. De practijk geeft dus de verrassende uitkomst, dat een persoon, die zijn vermogen voor den aankoop van verscheidene lijfrenten, ten getale van 10, 20 of meer wil besteden, nauwelijks risico loopt, doch zich verzekerd kan achten van het genot van een equivalent, dat hêt zestienvoudige van een jaarlijksche uitkeering te boven gaat ²⁸). Al deze bijzondere berekeningen kunnen desnoods aan Uwe Edelgrootmogenden worden getoond door hem, die is en steeds zal blijven

Uw onderdanige dienaar
JOHAN DE WITT

AANTEKENINGEN.

1) Tegenover de lijfrenten, die bij overlijden van den verzekerde ten einde liepen, stonden oudtijds de z.g. afkoopbare renten, die niet van het leven van den bezitter afhankelijk waren. Wanneer bij den verkoop van zulk een rente de afspraak werd gemaakt, dat ze na zekeren tijd tegen hetzelfde kapitaal zou worden afgekocht, dan had men in eigenlijken zin met een losrente te doen. Uit financieel oogpunt is dus een losrente te beschouwen als de intrest, die men van een kapitaal kan kweken. Het is te betreuren, dat dit zinvolle woord in onbruik is geraakt; in de bewerking zullen wij het handhaven, omdat een moderne uitdrukking met gelijke beteekenis niet bestaat.

2) Ten tijde van den raadpensionaris kwam het in enkele gevallen wel voor, dat lijfrenten werden gekocht voor verzorgingsdoeleinden, doch in den regel had men het oog op geldbelegging. Dit lag daarom voor de hand, aangezien steeds een uniforme koopsom werd vastgesteld; bezat iemand dus liquide middelen, dan kocht hij een lijfrente op het leven van een zeer jong en gezond kind, hetwelk hij soms ternauwernood kende. Het speculatieve element in dezen beleggingsvorm zal wel niet weinig tot de aantrekkelijkheid hebben bijgedragen.

3) In het oorspronkelijke is sprake van lijfrenten, die verkocht werden tegen den penning 14, hetwelk dan beteekende: tegen den penning rente 14 penningen kapitaal; men gaf dus de grootte van het kapitaal op, dat voor één penning jaarlijksche rente benoodigd was. Met vervanging van het woord penning door gulden, zeggen wij thans, dat voor zulk een rente een koopsom ter grootte van 14 gulden moet worden gestort; in de bewerking spreken wij van een lijfrente voor een koopsom 14, omdat wij aldus zoo nauw mogelijk bij de terminologie van De Witt aansluiten. Een losrente voor een koopsom 25 komt dus neer op betaling van 4 percent intrest 's jaars.

Het voorstel, waaromtrent de Staten tot geen besluit konden komen, hield in, dat de lijfrenten voor een koopsom 14 zouden worden aangeboden. Met zijn memorie had De Witt de bedoeling om aan de aarzeling een einde te maken, hoewel zijn berekening tot een koopsom 16 voert.

4) Het vraagstuk houdt dus in, dat de waarde van lijfrenten moet worden bepaald in betrekking tot losrenten à 4 percent 's jaars. Anders gezegd: De Witt gaat de koopsom van lijfrenten berekenen bij een gegeven rentevoet.

5) Het valt niet te ontkennen, dat de redactie van dit eerste „praesuppoost” verre van duidelijk is; overigens geldt hetzelfde bezwaar in mindere mate ook voor de beide volgende. Men behoeft zich hierdoor echter allerminst te laten afschrikken, want de toelichtingen, die De Witt steeds laat volgen, werpen over zijn postulaten in het algemeen een tamelijk helder licht. Wel mag men zich afvragen, of hij de tot oordeelen onbevoegde Statenleden tot een juist begrip heeft kunnen bewegen.

Intusschen komt het ons gewenscht voor om reeds bij voorbaat enkele opmerkingen te maken. Allereerst wijzen we er op, dat De Witt voortdurend spreekt over „expectativen of kansen”; de reden daarvoor is gelegen in de omstandigheid, dat hij steeds kansen op het oog heeft, waaraan bepaalde baten zijn verbonden, zoodat hij zich over het kansbegrip zelf niet uitlaat, doch uitsluitend handelt over de theorie van de mathematische hoop. Juist daarom meenen we, dat in de bewerking een omschrijving van „expectativen” gevoelig achterwege kan blijven.

Nu wordt in de waarschijnlijkheidsrekening de mathematische hoop gedefinieerd als het product van een kans met de daarop betrekking hebbende bate; in geval er meerdere kansen in het spel zijn, treedt een som van zulke producten op. Dit is echter niet het standpunt van Huygens — zie pag. 61 van het in de inleiding genoemde werk — en (op zijn voetspoor?) evenmin dat van De Witt; wat wij als definitie voorop plaatsen, wordt door hen afgeleid uit een hypothese, die hierop neerkomt, dat de waarde van een kans gelijk is aan het bedrag, waarmede men met behulp van een eerlijk spel tot dezelfde kans kan geraken; en onder een eerlijk spel verstaan zij dan een spel, hetwelk den deelnemers gelijke kansen biedt. B.v. een persoon A werpt eenmaal met een dobbelsteen en ontvangt 60 gulden, indien hij 3 gooit; om nu zijn mathematische hoop te kunnen berekenen, onderstellen we, dat hij en voorts 5 andere personen elk 10 gulden

inzetten. Deze overeenkomst is eerlijk. Vervolgens trekken A en zijn medespelers elk een lot en wel zoo, dat aan één van hen de heele inzet ten deel zal vallen. De kansen zijn gelijk en het spel is dus eerlijk. Welnu, A heeft thans dezelfde kans als zooveen, zoodat de daartoe vereischte inzet ter grootte van 10 gulden zijn oorspronkelijke mathematische hoop aangeeft.

Uit dit voorbeeld blijkt reeds, dat het „getransformeerde” spel in het algemeen uit verschillende eerlijke overeenkomsten moet worden opgebouwd; vandaar, dat De Witt in de formuleering van zijn eerste onderstelling van contracten, dus in het meervoud spreekt.

*) Het is feitelijk niet juist om te spreken over kansen, die „even gemakkelijk kunnen gebeuren”. Misverstand is echter uitgesloten, en daarom kan er geen bezwaar tegen zijn, dat deze typische uitdrukking van De Witt in de vertaling behouden blijft.

*) Hoewel ook de formuleering van deze onderstelling een en ander te wenschen over laat, toch kan omtrent de bedoeling wel een gissing gemaakt worden. Er is sprake van een mensch, wiens ouderdom niet genoemd wordt en die dus een willekeurigen leeftijd x tusschen 3 en 53 jaren kan hebben. Rekenen we evenals De Witt den tijd in halve jaren, dan luidt zijn hypothese in modern teekenschrift:

$$n \mid q_x = n + 1 \mid q_x$$

waaruit volgt:

$$n \mid q_x = \text{konstant voor iedere waarde van } n$$

zooals hij in zijn derde stelling uitvoerig betoogt. Op de vraag, of deze interpretatie toelaatbaar is, komen wij terug; zie de 9de aanteekening.

*) Het voorbeeld van de opgeworpen munt heeft in dit verband natuurlijk niet de bedoeling om de gelijkheid van twee kansen nader toe te lichten. De Witt oordeelt het echter noodig om duidelijk te doen uitkomen, dat een gelijke sterftkans binnen twee opeenvolgende halve jaren allerminst een gelijk aantal sterfgevallen ten gevolge moet hebben.

*) De innerlijke tegenstrijdigheden, waaraan dit derde „praesuppoost” mank gaat, hebben er toe geleid, dat de in de inleiding genoemde polemiek zich in hoofdzaak hierop heeft geconcentreerd. Wanneer wij thans eveneens een poging gaan doen om de bedoeling van De Witt op te sporen, dan stellen wij voorop, dat zijn eigen woorden uitsluitend tot richtsnoer van een objectief onderzoek mogen dienen. Tegen het artikel van Schuh hebben wij namelijk dit bezwaar, dat daarin herhaaldelijk onderstellingen omtrent de bedoeling van De Witt worden ingevoerd, die volkomen ongegrond zijn. Niettemin zal blijken, dat wij de kern van zijn betoog onderschrijven.

Zooals we in de 7de aanteekening reeds hebben opgemerkt, voert de tweede onderstelling van De Witt tot:

$$n \mid q_x = \text{konstant in betrekking tot } n$$

en wel voor het tijdvak, hetwelk begrepen is tusschen den 3- en 53-jarigen leeftijd. Een redelijke onderstelling omtrent de sterfte vloeit uit de gegeven vergelijking alleen dan voort, indien de konstante afhankelijk van x wordt gedacht, doch juist dit punt heeft De Witt over het hoofd gezien.

Immers, in dit derde „praesuppoost” gaat De Witt de sterftkansen, die binnen de verschillende levensperiodes van den mensch zullen gelden, met elkander vergelijken; was hij daartoe ook thans uitgegaan van „een mensch”, dan had hij andermaal den leeftijd kunnen verzwijgen, zonder daardoor tot vreemde gevolgtrekkingen aanleiding te geven. Nu hij echter de kans, om binnen een willekeurig halfjaar van het tweede tijdvak te sterven, uitdrukkelijk verbindt aan een persoon, die de krachtige levensjaren reeds achter den rug heeft, kan onze conclusie geen andere zijn dan deze, dat uit de woorden van De Witt geen geformuleerde onderstelling omtrent de sterfte is af te leiden.

Men kan nu de vraag stellen, hoe het te verklaren is, dat een man als De Witt zulk een wonderlijke hypothese kon neerschrijven. Wonderlijk is die hypothese in zooverre, dat ze in het kader van onze moderne opvattingen niet blijkt te passen, en het komt ons voor, dat hierin de oplossing van de

moeilijkheid moet worden gezocht. Men mag veilig aannemen, dat De Witt het geschrift van Huygens over de theorie van de geluksspelen heeft gekend, doch daarmede is allerminst gezegd, dat hij zich het kansbegrip heeft eigen gemaakt alvorens zijn memorie over lijfrenten te doen verschijnen. Kansen in den mathematischen zin van het woord gebruikt De Witt althans niet, wanneer hij de levensperioden van den mensch onderling vergelijkt; in de uitdrukking „apparentie of hazardt van sterven” mag men slechts de vertolking lezen van een soort gevoelsoverweging omtrent den samenhang tusschen den leeftijd van een mensch en de mogelijkheid van sterven. Vandaar de verhoudingsgetallen $1, \frac{3}{2}, 2$ en 3 . Wie hier opmerkt, dat het derde „praesuppoost” van De Witt nog het meest in overeenstemming is met de onderstelling, dat de jaarlijksche aantallen dooden binnen de vier levensperioden zich verhouden als de genoemde getallen, heeft volkomen gelijk, doch hij zal dan tevens zijn verwondering moeten uitspreken, hoe De Witt zulk een onwezenlijke sterftehypothese tot grondslag van zijn berekening kon kiezen. Het is echter noodzakelijk om de primitieve opvatting van De Witt in het oog te houden, zij het ook, dat zijn methode daardoor iets van haar glans zou verliezen. Welnu, wanneer de fataliteit van de hoogere levensjaren moet worden uitgedrukt, dan denken wij aanstonds aan een toenemende sterftekracht en hebben voorts allerlei grootheden en formules bij de hand, die met dit begrip in verband staan; De Witt daarentegen acht het voldoende om van een grootere „apparentie van sterven” te spreken zonder daaraan een nadere omschrijving toe te voegen. Hij moge dan enkele getallen noemen, maar ook daaruit kan niet worden afgeleid, dat hij het kansbegrip als zoodanig op het sterfteprobleem heeft toegepast; wij meenen dan ook, dat de vertolking van het tweede „praesuppoost”, zooals wij die in de 7de aantekening gegeven hebben, feitelijk misplaatst is. Hoogstens kan men zeggen, dat De Witt in beginsel den samenhang heeft gezien. En al hebben we de uitdrukking „apparentie of hazardt van sterven” voortdurend vertaald door „kans om te sterven”, daaruit volgt nog allerminst, dat aan sterftekansen in de huidige betekenis kan gedacht worden.

¹⁰⁾ De conclusie „niet onvooroordeelig” slaat blijkbaar terug op het tevoren genoemde verhoudingsgetal $\frac{3}{2}$. De Witt is van meening, dat dit getal feitelijk iets te groot is en derhalve voor den koper van een lijfrente een gunstige onderstelling beteekent. In zijn berekening gebruikt hij de reciproke waarde $\frac{2}{3}$, die dus iets te klein is; en hieruit volgt reeds de onhoudbaarheid van de bewering van Eneström, dat De Witt, om welke redenen dan ook, in zijn becijfering andere getallen heeft verwerkt dan in zijn derde „praesuppoost”.

¹¹⁾ Na de lectuur van dit glasheldere bewijs zal de formuleering van het eerste „praesuppoost” wel geen moeilijkheden meer geven. Het verdient voorts opmerking, dat een dergelijk betoog het begrip kanswaarde typisch illustreert.

¹²⁾ De onderstelling is niet misplaatst, dat de Statenleden de rationale en irrationale getallen buiten het raam van eventueele discussies zullen hebben gehouden!

¹³⁾ Huygens behandelt in zijn derde „voorstel” een soortgelijk vraagstuk; zijn methode is in zooverre een andere, dat de kansen niet in eenheden worden gesplitst. De oplossing van De Witt is dus origineel en uit paedagogisch oogpunt zeer fraai.

¹⁴⁾ Wij wijzen er nadrukkelijk op, dat deze opmerking door Huygens in het geheel niet wordt gemaakt. Overigens gebruikt De Witt hier een omhaal van woorden, die wij slechts gedeeltelijk hebben overgenomen.

¹⁵⁾ Zooals men ziet, kan deze stelling, die door De Witt uit zijn tweede „praesuppoost” wordt afgeleid, inderdaad vertolkt worden door voor een bepaalden leeftijd x de kansen ${}_n q_x$ konstant te onderstellen. Toch blijven we van meening, dat de vage betoogtrant van De Witt zulk een verreikende conclusie verbiedt. Nog minder houdbaar is intusschen de opinie van Orchard, volgens wien deze stelling van een konstante sterftekracht zou gewagen.

¹⁶⁾ Uit het feit, dat De Witt niet de moeite neemt om de methode van disconteerden (of rabatteeren, zooals men deze bewerking destijds noemde) nader toe te lichten, mag men wel besluiten, dat de Statenleden hiermede eenigermate

op de hoogte zijn geweest. Men overtuigt zich gemakkelijk, dat De Witt de juiste methode heeft gevolgd, want:

$$\frac{10.000.000}{(1+0,04)^k} = 9.805.807$$

17) De origineele tafel geeft de contante waarde van postnumerando annuïteiten, waarbij de intrest per jaar wordt berekend, terwijl de kapitaalsuitkeeringen in halfjaarlijksche termijnen ter grootte van 10.000.000 stuivers geschieden. Wanneer wij alle getallen door 10.000.000 deelen en voorts het getal met rangnummer n door p_n voorstellen, dan geldt dus:

$$p_{2n} = \sum_{k=1}^{2n} (1+0,04)^{-\frac{k}{2}} = 2s a_{\overline{n}|i}$$

terwijl:

$$p_{2n+1} = 2s a_{\overline{n}|i} + (1+0,04)^{-\frac{2n+1}{2}} = 2s a_{\overline{n+1}|i} - A_{\overline{n+1}|i}$$

waarbij:

$$2s = 1 + \sqrt{1+0,04}$$

Voorts geldt:

$$\sum_{k=1}^{2n} p_k = 4s (D a)_{\overline{n}|i} - a_{\overline{n}|i}$$

$$\sum_{k=1}^{2n+1} p_k = 4s (D a)_{\overline{n+1}|i} - a_{\overline{n+1}|i} (1+2s)$$

welke sommen De Witt in zijn lijfrente-berekening gebruikt, hoewel hij natuurlijk deze formules niet heeft gekend.

18) Hier rijst de belangrijke vraag, waarom De Witt in zijn berekening de omgekeerden neemt van de in zijn derde „praesuppoost” genoemde verhoudingsgetallen.

Nu stellen wij uitdrukkelijk voorop, dat het feitelijk onmogelijk is om op die vraag het juiste antwoord te vinden. Wie lust gevoelt om zich in allerlei onderstellingen te verdiepen, behoeft slechts het tweede artikel van Van Dorsten te bestudeeren. Men loopt daarbij evenwel het gevaar, dat men de omkeering van de verhoudingsgetallen uitsluitend ziet als een onjuistheid in de redeneering van De Witt; wij vermoeden echter, dat hoofdzakelijk in het vage kansbegrip de oorzaak van die omkeering moet worden gezocht. Enkele aanwijzingen daarvoor zijn te vinden in de toelichting, die De Witt op zijn berekening laat volgen; wij komen dan ook in de 25ste aantekening op deze kwestie terug.

19) Wanneer wij de getallen van De Witt wederom door 10.000.000 deelen, en voorts de tevoren genoemde notatie gebruiken, dan blijkt hij de koopsom voor een rente op het leven van een 3-jarig kind als volgt te berekenen:

$$2a_3 = \frac{1}{128} \left[\sum_{n=0}^{99} p_n + \frac{2}{3} \sum_{n=100}^{119} p_n + \frac{1}{2} \sum_{n=120}^{139} p_n - \frac{1}{3} \sum_{n=140}^{159} p_n \right] \sim 32$$

Indien men nu bedenkt, dat het symbool p_n een specialen vorm van een annuïteit aanduidt, dan herkent men in deze formule inderdaad een bijzonder geval van de algemeene uitdrukking:

$$a_x = k_1 a_{\overline{0}|i} + k_2 a_{\overline{1}|i} + k_3 a_{\overline{2}|i} + \dots$$

Ter vereenvoudiging van het cijferwerk kan men de k 's in groepen van gelijke kansen verdeelen. Of De Witt zich eveneens door dit motief heeft laten leiden, moet betwijfeld worden.

²⁰⁾ Deze opmerking, die over den invloed van de zelfkeuze op de waarde van de lijfrente handelt, laat aan duidelijkheid wel iets te wenschen over. De laatste zinsnede schijnt er op te wijzen, dat het volgens De Witt in de koopsom van een rente geen verschil maakt, wanneer de verzekerde iets ouder is dan 3 jaar, mits hij slechts een goede gezondheid geniet.

²¹⁾ Voor ons is er in de bewering, dat een over een half jaar betaalbare eenheid vrijwel overeenstemt met de contante waarde van een 70-jaar uitgestelde, 9-jarige annuïteit, niets vreemds gelegen. Maar wel is het een raadsel, wat De Witt er in dit verband mee zeggen wil. Men kan immers opmerken, dat het voordeel van een langen levensduur relatief klein is, aangezien de allerlaatste jaren weinig gewicht in de schaal leggen.

²²⁾ Het is De Witt blijkbaar ontgaan, dat de integratie van het geringe verschil tusschen twee opeenvolgende halve jaren over een volle periode een merkbaar verschil kan teweeg brengen.

²³⁾ Hier wordt dus de mogelijkheid open gelaten, dat zelfs op het leven van 10-jarige kinderen lijfrenten gevestigd worden, terwijl over het afnemen van de koopsom wederom niet gerept wordt. Dit kan gereedelijk aldus verklaard worden, dat De Witt in zijn memorie geen noodelooze complicaties heeft willen opnemen, doch in elk geval geeft zijn methode geen antwoord op de vraag, hoe de leeftijd van den persoon, op wien een lijfrente wordt gevestigd, verband houdt met de koopsom.

²⁴⁾ Wat De Witt hier naar voren brengt, levert een typisch bewijs, dat hij de kracht van zijn methode niet ten volle doorzien heeft. Immers, in zijn schema speelt alles zich af binnen een tijdvak van 77 jaren; voor een verzekerde, die den 80-jarigen leeftijd bereikt, is dus slechts beschikbaar een reeks van half-jaarlijksche betalingen, waarvan de contante waarde gelijk is aan 16 gulden, zoodat het weinig zin heeft om als compensatie nog een 20-jarige annuïteit uit te keeren. Natuurlijk heeft De Witt wel geweten, dat de uitbreiding van het kansensysteem meer in overeenstemming met de gebruikte methode is; de daaraan verbonden moeite heeft hem doen besluiten om slechts het bedrag ter grootte van 75 cents te noemen, waarmede de koopsom van de lijfrente volgens hem in maximo stijgen kan, indien als hoogst bereikbare leeftijd 103 jaar wordt genomen. Nu ligt het wel voor de hand, dat een nauwkeurige berekening met hulp van een of meer nieuwe en in het schema van De Witt passende verhoudingsgetallen een koopsom zal opleveren, die slechts weinig grooter is dan de oorspronkelijke van 16 gulden; doch dit neemt niet weg, dat het door De Witt genoemde bedrag het resultaat van een foutieve redeneering is. Het behoeft wel geen betoog, dat de ingevoerde perpetuïteit nog minder beteekenis heeft.

²⁵⁾ Deze opmerking heeft ten doel om het eventueele bezwaar van een rentetrekker te weerleggen, dat de door De Witt berekende koopsom te hoog is, aangezien de laatste levensjaren van den mensch niet doodelijk genoeg ondersteld zijn. Houdt men nu aan 80 jaren als den hoogst bereikbaren leeftijd vast en laat men voorts de kansen, om binnen de derde of vierde periode te sterven toenemen, dan is het duidelijk, dat de koopsom van de lijfrente eveneens zal tigen. Men ziet dus, dat de „apparentie van sterven”, waarop De Witt zich baseert, geen wiskundige interpretatie toelaat. Het goede beginsel, dat de waarde van een lijfrente afneemt, naarmate de sterfte intensiever wordt, vormt den grondslag van zijn berekening; het blijkt echter, dat daarbij moeilijkheden in het geding komen, die hij niet doorzien heeft. Wanneer men met het oog hierop de verhoudingsgetallen van het derde „praesuppoost” niet nader ontleedt, doch ze eenvoudig beschouwt als een soort maat voor de afsterving, dan kan men begrijpen, dat De Witt in zijn berekening de omgekeerde getallen heeft gebruikt om zodoende de gezochte koopsom te drukken.

²⁶⁾ Het groote voordeel, hetwelk voor het publiek in het koopen van lijfrenten gelegen is, wordt door De Witt tenslotte nog afgeleid uit de omstandigheid, dat de Staten binnen betrekkelijk korten tijd de koopsom voortdurend moesten verhoogen. Men vraagt zich af, hoe het mogelijk geweest is, dat de Staten den verkoop van lijfrenten op zulke wankele grondslagen een geruimen tijd hebben kunnen bestendigen; in elk geval is het wel duidelijk, dat de geschiedschrijver eenzijdig is, wanneer hij den slechten toestand van 's lands

schatkist in die jaren uitsluitend in verband brengt met abnormaal hooge uitgaven voor defensieve doeleinden.

27) Aan dit onderschrift van Hudde heeft Hendriks, over wiens uitgebreide studie wij in de inleiding spraken, een uitvoerige beschouwing vastgeknoopt; en wel in verband met een tweetal schrijffouten, die hij in de tabel van kanswaarden vond. Het lag nu voor de hand om na te gaan, in hoeverre deze bewering van Hendriks juist is; daarbij bleek mij, dat de door hem genoemde fouten in de afzonderlijke uitgave van de Waerdye niet voorkomen, en evenmin in het in de Amsterdamsche Universiteitsbibliotheek aanwezige exemplaar van de Resolutiën. Een onderzoek bij de Koninklijke Bibliotheek te 's Gravenhage wees uit, dat ook in de beide aldaar aanwezige, verschillende uitgaven van de Resolutiën de gesignaleerde fouten niet voorkomen. Hoe dit negatieve resultaat met de bewering van Hendriks valt te rijmen, is niet duidelijk. Het is mogelijk, doch in dat geval stellig niet te verdedigen, dat hij uitsluitend is afgegaan op een copie van de Waerdye, die hij bij zijn studie heeft gebruikt. Deze onderstelling zij echter onder voorbehoud gegeven, aangezien de beide door Hendriks genoemde schrijffouten met elkander verband houden.

28) De juistheid van zijn berekening heeft De Witt tenslotte gecontroleerd met behulp van statistische gegevens, die hij aan de registers van lijfrenten kon ontleenen. Daartoe heeft hij berekend, welke contante bedragen de waargenomen rentetrekkingen in werkelijkheid hebben ontvangen.

Natuurlijk kan men niet verwachten, dat dit onderzoek den toets van een moderne critiek kan doorstaan. Met name de conclusie, dat de aankoop van een beperkt aantal lijfrenten reeds een voldoende waarborg voor het gewenschte rendement biedt, is al te voorbarig. De gevolgtrekking echter, dat de waarde van een lijfrente op een jong en gezond kind destijds ongeveer het 16-voudige van een jaarlijksche uitkeering bedroeg, is niet voor bestrijding vatbaar. Nochtans heeft De Witt zich niet verzet tegen het voorstel van de Staten, om de lijfrenten tegen de koopsom 14 aan te bieden; veeleer schreef hij juist zijn memorie, teneinde tot spoed aan te dringen. Men moet dus wel aannemen, dat lijfrenten op het leven van oudere personen geen uitzondering zijn geweest.

In dit verband willen wij de vraag onder de oogen zien, in hoeverre De Witt zijn statistisch materiaal als contrölemiddel heeft gebruikt. Van Eneström is namelijk de onderstelling afkomstig, dat de sterfthypothesen en de daarop gefundeerde berekening door De Witt zijn opgesteld, nadat hij de registers van de Staten had geraadpleegd. Een motief voor deze bewering ontleent Eneström aan de omkeering van de verhoudingsgetallen, die volgens hem aldus is te verklaren, dat De Witt op een bepaalde uitkomst heeft aangestuurd.

De onhoudbaarheid van deze redeneering hebben wij in de 10de aantekening reeds ter sprake gebracht. Daaraan kan nog worden toegevoegd, dat de toelichting, die De Witt op zijn berekening laat volgen, eveneens de opinie van Eneström weersprekt.

Bovendien — wanneer de statistische uitkomst primair is geweest, waarom heeft De Witt zulks dan niet ronduit erkend? Als wetenschappelijk man heeft hij de resultaten van experimenteel onderzoek stellig weten te waardeeren, terwijl hij anderzijds met nadruk verklaart, dat het leekenpubliek zich juist door getalenvoorbeelden gaarne laat overtuigen.

Wij meenen dan ook, dat men aan de volgorde van De Witt's memorie moet vasthouden; eerst heeft hij de theorie ontwikkeld, daaruit zijn berekening afgeleid en tenslotte statistisch materiaal verzameld, hetwelk hem ongetwijfeld in de juistheid van zijn methode meer vertrouwen heeft geschonken.

Lezers, die met de literatuur betreffende de Waerdye van De Witt op de hoogte zijn, zullen misschien een en andermaal bij zichzelf de opmerking hebben gemaakt, dat onze opvatting de kloof tusschen de moderne actuariëele methode en die van den raadpensionaris weer heeft verbreed. Wij geven dit volmondig toe, doch niemand leide daaruit af, dat wij er bezwaar tegen hebben om De Witt als den grondvester van de verzekeringswetenschap te

blijven beschouwen. Alleen maar, wij moeten de beteekenis van de Waerdye in het juiste licht zien. Wie in dit geschrift voornamelijk de elementen van een exacte methode van lijfrenteberekening meent te vinden, komt teleurgesteld uit. Doch in drieërlei opzicht schenkt de verhandeling van De Witt ons voldoening: vooreerst, omdat zijn wetenschappelijk betoog een einde heeft gemaakt aan de methode van ruwe benadering en op dit beginsel heeft sindsdien het verzekeringswezen altijd gesteund. Ten andere heeft hij het sterfteprobleem aan de kansrekening gekoppeld; en nu moge men terecht van meening zijn, dat tegen deze combinatie principiële bezwaren bestaan, niettemin moet volmondig erkend worden, dat de historische ontwikkeling van het sterftevraagstuk zeer nauw met de waarschijnlijkheidsrekening is verbonden. En ten laatste kan geconstateerd worden, dat De Witt zorgvuldig de verplichtingen van den verzekeraar tot op het moment van contractsluiting heeft gediscoteerd, waarmede hij het aequivalentieprincipe als grondslag van de verzekeringswiskunde heeft vastgelegd. Al mogen wij dus niet aarzelen om de bedenkingen, die tegen de Waerdye kunnen worden aangevoerd, ronduit te erkennen, toch blijft de opvatting gerechtvaardigd, dat het fundament van de verzekeringswetenschap in eerste instantie door Johan de Witt is gelegd.